مجلّهٔ *تاریخ علم*، شمارهٔ ۷، ۱۳۸۷، ص۱۵-۳۶

هندسهٔ مقدس در طبیعت و معماری ایرانی

مهرداد حجازی
دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه اصفهان
m.hejazi@eng.ui.ac.ir

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۰۶/۰۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۰۷/۲۶)

چکیده

در شکل‌های مختلف موجود در طبیعت نسبت‌های معینی را می‌توان مشاهده کرد. این نسبت‌های هندسی تابع اصول انتزاعی و فراطبیعی با اعتقاد بر مقدس بودن موضوع خود و دارای یک زبان نمادین با ویژگی‌های روحانی دانسته شده‌اند، از این رو آنها را هندسهٔ مقدس نامیده‌اند. تقدس هندسه قسمتی از یک دیدگاه کلی‌تر است که تمدن بشری در دوران باستان را دارای یک منشاء روحانی و عبادی می‌دانسته است. بنا بر این، تاریخ هندسهٔ مقدس به قرن‌ها قبل باز می‌گردد. در جهان سنتی، هندسه از سایر علوم چهارگانهٔ فیثاغورسی، یعنی حساب، موسیقی و نجوم، تفکیک‌ناپذیر بود. معماری که با هندسه پیوندی نزدیک دارد، خالق اماکن مقدس در طول هزاره‌ها بوده است و انسان سعی کرده است به وسیلهٔ آن نوعی تجلی آسمانی را برای خود فراهم آورد. معماری ایرانی همیشه بر زیبایی تأکید داشته است و ایرانیان سعی کرده‌اند در ابعاد ساختمان‌ها، تناسب‌هایی را به کار گیرند که بازتاب رابطه‌های کیهانی و نسبت زرین باشند. در این مقاله کوشش شده است تا این روابط در پدیده‌های طبیعی و بناها معرفی و تحلیل شود.

کلیدواژه‌ها: هندسه، طبیعت، معماری ایرانی، زیبایی‌شناسی، نسبت زرین

مقدمه

در فارسی و عربی، کلمهٔ مهندس از هندسه، به معنای اندازه‌گیری، مشتق شده است و این کلمه، هم برای علم هندسه و هم برای معماری به کار می‌رود. واژهٔ هندسه برگردان واژهٔ یونانی گئومتریا[1]، یک واژهٔ مرکب به معنای «اندازه‌گیری زمین»، است.

1. Γεωμετρία.

تأکید معماری ایرانی بر زیبایی است. ایرانیان درطول قرن‌های متمادی همواره ارزش والایی برای زیبایی قائل بودند؛ و علم هندسه ابزار قدرتمندی در دست مهندس ایرانی است که با استفاده از آن می‌تواند تناسب‌های آسمان را اندازه‌گیری کند و تعادل، هماهنگی، زیبایی و نظم را روی زمین بیافریند. از این رو هندسه نزد معمار ایرانی هم علم و هم هنر است.

یگانهٔ مطلق، هدف نهایی هنر و معماری سنتی ایرانی بود. معماری زبانی نمادین بود که با استفاده از آن، اعیان ثابته در الگوهایی بیان می‌شدند که برای فهم بشر قابل درک بودند. چون موضوع معماری در قلمرو روح و حکمت بود، هندسه به عنوان وسیله‌ای که با آن معماران ایرانی سطوح و احجام را درست می‌کردند، تقدس می‌یافت.

برای پیدا کردن مبدأ هندسهٔ مقدس، کافی است به قدیمی‌ترین تمدن‌های شناخته شده برگردیم که در آنها هندسه بر طراحی ساختمان‌هایی حاکم بود که به منظور نمایش دادن ساختار تصور شدهٔ عالم وجود به عنوان قلمرو یگانهٔ مطلق در نظر گرفته شده بودند. چنین هندسه‌ای به خاطر قابلیت خشنود کردن و جذب طبیعت الهی، مقدس به شمار می‌آمد. والاترین نمونهٔ ساختمان، معبد گنبدی است که در شکل هندسی خود نماد کرهٔ آسمانی در بالا است که دایره یا مربع زمینی را در پایین احاطه می‌کند.

عالم جود، والاترین تجلی حکمت الهی، خلق شده توسط یگانهٔ مطلق به عنوان یک واقعیت معقول و در نتیجه ریاضی، توسط بناهای معماری مقدس در یک زبان رازآمیز و نمادین منعکس می‌شود تا نظم، هماهنگی و زیبایی الهی را بیان کند. الگوهای هندسی معین و اعداد وابسته به آنها، با در بر داشتن مفاهیم کیهان‌شناسی، نقشی نمادین در آفرینش معماری ایفا می‌کنند.

عالَم، نمود هندسی وحدت الهی

الف) تصاعد هندسی

افلاطون (حدود ۴۲۷-۳۴۷ ق.م) توجه بسیاری به هندسهٔ فیثاغورس (حدود۵۸۲-۵۰۰ ق.م) و موسیقی افلاک دارد. او در *تیمائوس*[1] (ص۵۳) آفرینش هندسی عالم را توضیح می‌دهد و می‌گوید

1. *Timaeus.*

که آفریننده، جهان دیدنی را شبیه به یک تصاعد هندسی آفریده است. وی در *جمهوری* (ص۳۸) در بارهٔ هندسه می‌نویسد:

«[هندسه] ...شناسایی آن هستی است که هرگز دگرگون نمی‌شود، و نه شناسایی هستی‌هایی که تابع زمان‌اند و گاه پدید می‌آیند و گاه از میان می‌روند، ...[هندسه] نَفْس را به سمت حقیقت سوق می‌دهد و در انسان روحِ حکیمانه را می‌پروراند».

تعلق خاطر افلاطون به هندسه تا آنجا بود که نقل است بر بالای در آکادمی او نوشته شده بود: «آن کس که هندسه نمی‌داند نباید بدین مکان درآید» (ایوز[1]، ص۱۰۶).

افلاطون در *تیمائوس* (ص۶۴)، دلایل نیاز به چهار عنصر را شرح می‌دهد. نخست «آتش» برای دیدنی کردن جهان و خاک برای مقاوم کردن آن در برابر لمس کردن. آتش متعلق به آسمان و خاک متعلق به زمین، اینها دو عنصر نهایی هستند. او می‌نویسد:

«...لازم است که طبیعت دیدنی و قابل لمس باشد ...و هیچ چیز نمی‌تواند بدون آتش دیدنی یا بدون خاک قابل لمس باشد...»

دوم، آنها به چیز سومی به عنوان رابط نیاز دارند تا به یکدیگر بپیوندند:

«...ولی به هم پیوستن دو چیز بدون مداخلهٔ چیز سومی ممکن نیست...»

سوم، بهترین رابط، تناسب هندسی است:

«...[و] زیباترین تناسب وقتی است که در سه عدد، **نسبت عدد وسطی به عدد آخر مانند نسبت عدد اول به عدد وسطی باشد،** ...آنها در رابطه با نسبت، با یکدیگر یکسان می‌شوند».

چهارم، اجسامِ اصلی سه بعدی هستند، و باید به وسیلهٔ اعداد سه بعدی (مکعب‌ها) نمایش داده شوند. یک رابط برای پیوند دادن دو عدد مسطح (مربع‌ها) کافی است، ولی برای پیوند دادن دو عدد سه بعدی دو رابط لازم است

«ولی اگر بنا بود که جهان دارای عمق نباشد، یک رابط کافی بود تا اجزاء آن را با یکدیگر و خود را با آنها به هم پیوندد. اما ... قرار بر این بود که جهان به صورت جسم سه بعدی باشد، و هیچ جسم سه بعدی به واسطهٔ یک رابط به هم نمی‌پیوندد، بلکه دو رابط لازم دارد».

1. Eves.

بنا بر این، آفریننده آب و هوا را در وسط آتش و خاک قرار داد، و بین آنها نسبت یکسانی را ایجاد کرد؛ به طوری که نسبت آتش به هوا مانند نسبت هوا به آب و مانند نسبت آب به خاک است.

$$\text{خاک}/\text{آب} = \text{آب}/\text{هوا} = \text{هوا}/\text{آتش}$$

چون نسبت بین عناصر متوالی ثابت است، یک تصاعد هندسی از آن حاصل می‌شود.

در جایی دیگر از *تیمائوس* (ص۷۱) می‌گوید آنچه وجود دارد یک واحد است:

> «خدا، وقتی خواست که جهان را شبیه کامل‌ترین و زیباترین ذواتی که فقط در عالم تفکر جای دارند بسازد، آن را به صورت ذات ذی روح دیدنی یگانه‌ای درآورد که همهٔ ذوات زنده را که بر حسب طبیعتشان با آن خویشی دارند در خود جمع دارد».

برای افلاطون هماهنگی و تناسب در سرتاسر آفرینش، خواه معماری، هنر یا موسیقی باشد، کثرت چیزها را به حقیقت واحدی تبدیل می‌کند. ارتباط وابسته و هماهنگ اجزاء جهان دیدنی، خود انعکاسی از ارتباط هماهنگ مشابهی در جهان نادیدنی و نیز میان جهان‌های دیدنی و نادیدنی است. هماهنگی و تناسب ارتباط نزدیکی با نظم عالم دارند و بنا بر این به مفهومِ زیبایی‌شناختیِ زیبایی و کیهان هدایت می‌شوند. آفرینش زیبا است زیرا به طور هماهنگ و متناسبی زیبایی الهی را، که مطابق آن ساخته شده است، منعکس می‌کند.

ب) دستگاه‌های تناسبات

انتخاب و استفاده از دستگاه‌های تناسب همواره امر مهمی برای هنرمندان و معماران بوده است. نه تنها نسبت‌های معینی مورد استفاده قرار می‌گرفتند، بلکه برخی دستگاه‌های تناسب ترجیح داده می‌شدند.

می‌توان گفت که تناسب در هندسه، معماری، موسیقی و هنر «یک رابطهٔ هماهنگ بین اجزاء و بین هر جزء و کل مجموعه» است. ویتروویوس[1] (د. حدود ۲۵ پیش از میلاد)، معمار و مهندس رومی، در *ده کتاب در باب معماری* (ص۱۰۸)، قدیمی‌ترین کتاب موجود در این موضوع، می‌نویسد:

> «تقارن یک مطابقت مناسب بین اجزاء خود کار، و رابطهٔ بین اجزاء مختلف و تمام مجموعهٔ کلی، در مطابقت با یک جزء معین که به عنوان معیار انتخاب شده است، می‌باشد. ...بنابراین از آنجایی که طبیعت بدن آدمی را به گونه‌ای متناسب کرده است که اجزاء آن

1. Vitruvius.

کاملاً متناسب با بدن به عنوان یک مجموعه می‌باشند، ...در ساختمان‌های کامل، اجزاء مختلف باید دارای **نسبت‌های متقارن** دقیقی نسبت به کل طرح باشند».

منظور ویتروویوس از نسبت‌های متقارن، تناسب‌های یکسان می‌باشد. از طریق دستگاه‌های تناسب است که همهٔ اجزاء به صورت هماهنگ دارای پیوستگی در داخل و با کل مجموعه می‌باشند؛ و بنا بر این یک طرح خوشایند فراهم می‌شود.

پ) علوم چهارگانه

تقسیم ریاضیات به چهار علم را به فیثاغورس نسبت می‌دهند. علوم چهارگانهٔ[1] حساب (عدد)، هندسه (به عنوان عدد در فضا)، موسیقی (یا همنوایی به عنوان عدد در زمان)، و نجوم (یا کیهان شناسی به عنوان عدد در زمان و فضا)، چنان که افلاطون اشاره می‌کند، وسیله‌ای بودند برای مطالعهٔ «سوفیا»[2]، والاترین نوع دانش، یعنی حکمت. تمرین علوم چهارگانه، تمرین عدد، شکل، صوت و حرکات آسمان‌ها است.

ت) موسیقی افلاک

افلاطون در *تیمائوس* (ص۸۹) می‌گوید نَفْس جهان ترکیب و واسطهٔ میان ذات لایتغیر جهان و وجود متغیر خود جهان فیزیکی است. آفریننده این نفس را به زیربخش‌هایی متناسب و همنوا تقسیم شده است و به صورت یک نوار بلند شکل داده شده است. آنگاه این نوار به قسمت‌هایی تقسیم شد.

اول [آفریننده] یک قسمت از کل را جدا کرد و کنار گذاشت	۱
و سپس قسمت دیگر را دو برابر قسمت اول	۲
قسمت سومی سه برابر اولی	۳
قسمت چهارمی دو برابر دومی	۴
قسمت پنجمی سه برابر سومی	۹
قسمت ششمی هشت برابر اولی	۸
قسمت هفتمی بیست و هفت برابر اولی	۲۷

1. Quadrivium.
2. Σοφία.

هفت عدد صحیح به دست آمده که می‌توان آنها را به صورت دو تصاعد مرتب کرد. این مثلث به دلیل شباهت با حرف لاندای یونانی (λ)، لاندای افلاطون خوانده می‌شود.

واحد		۱		نقطه
اولین زوج و اولین فرد		۳	۲	خط
مربع‌ها	۹		۴	سطح
مکعب‌ها	۲۷		۸	جسم

کپلر (۱۵۷۱-۱۶۳۰م) در *هارمونی جهانی* (ص۱۸۶) می‌گوید:

«بنای شکوهمند سیستم هارمونیک گام موسیقی را بنا کند ...همان گونه که خدا، خودِ آفریننده، آن را در هماهنگ کردن حرکات آسمانی بیان کرده است ...من می‌پذیرم که هیچ صوتی به خارج پخش نمی‌شود، ولی به طور قطع می‌گویم ...که حرکات سیارات بر اساس تناسبات هماهنگ تنظیم شده است».

ث) دستگاه تناسبات بر اساس نسبت‌های موسیقی

لئون باتیستا آلبرتی (۱۴۰۴-۱۴۷۲م)، معمار دوران رنسانس، در *ده کتاب معماری* (ص۲۳۹) می‌نویسد:

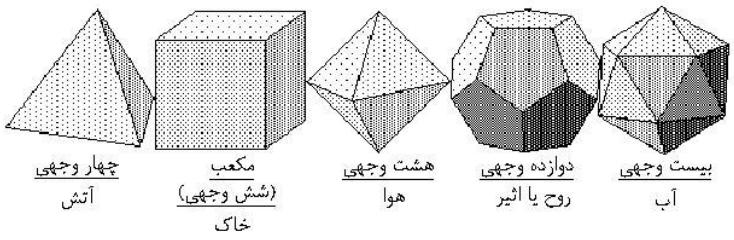
«[من] از حقیقت گفتهٔ فیثاغورس متقاعد شده‌ام که طبیعت بی‌تردید به صورت سازگار عمل می‌کند ...من نتیجه می‌گیرم که همان اعدادی که به وسیلهٔ آنها مطابقت اصوات بر گوش‌های ما تأثیر خوش می‌گذارد، همانها به چشم‌ها و ذهن‌های ما لذت می‌بخشند».

این در موافقت با عقیدهٔ افلاطون است که آن نسبت‌هایی که برای گوش خوشایند هستند برای چشم نیز خوشایند می‌باشند. بنا بر این نسبت‌های موسیقی رابطهٔ نزدیکی با هنر یا معماری دارند، و آنها را می‌توان به عنوان اساس طرح‌های هنری در نظر گرفت.

ج) اجسام افلاطونی

افلاطون در *تیمائوس* خلقت را توصیف کرده است. اجسام بنیانی، پنج عنصر هستند که «اجسام افلاطونی» نامیده می‌شوند. اینها تنها چند وجهی‌های منتظم ممکن هستند که وجوه آنها چند ضلعی‌های منتظم یکسان است: چهار وجهی با چهار وجه به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع، مکعب با

شش وجه مربع شکل، هشت وجهی با هشت وجه به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع، دوازده وجهی با دوازده وجه به شکل پنج ضلعی منتظم و بیست وجهی با بیست وجه به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع.



شکل ۱- اجسام افلاطونی

چ) عناصر مرتبط با اجسام افلاطونی

افلاطون در *تیمائوس* (ص۹۱) خاک، هوا، آتش و آب را عناصر بنیانی جهان دانسته است و اجسام افلاطونی را هم‌ارز با این چهار عنصر قرار می‌دهد. مکعب با خاک، بیست وجهی با آب، چهار وجهی با آتش و هشت وجهی با هوا.

> «اکنون می‌خواهیم چهار شکلی [اجسامی] را که با بیان خود تشریح کردیم میان چهار عنصر، یعنی آتش و خاک و آب و هوا تقسیم کنیم ...خاک دارای شکل مکعب است زیرا در میان اجسام چهارگانه از همه بی‌حرکت‌تر است و جسمی که دارای چنین خاصیتی است به ناچار باید بر پایه و قاعدهٔ استوارتری قرار گرفته باشد، سنگین‌ترین آنها (بیست وجهی) را به آب می‌دهیم، سبک‌ترینشان (چهار وجهی) را به آتش، و میانگین (هشت وجهی) را به هوا».

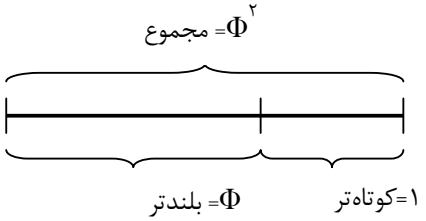
افلاطون راجع به یک شکل پنجم معین که توسط آفریننده در آفریدن جهان به کار رفته است می‌نویسد:

> «هنوز یک ترکیب پنجم باقی می‌ماند، که خدا از آن برای آراستن صور فلکی روی همهٔ آسمان استفاده کرد».

منظور او از آراستن صور فلکی، این است که دوازده وجه پنج ضلعی به دوازده برج منطقةالبروج و کل کیهان ارتباط دارد. نسبت زرین بر شکل پنج ضلعی حاکم است که برای فیثاغورسیان نماد به وجود آوردن کیهان، روح یا اثیر است. بنا بر این، دوازده وجهی مرتبط با عنصر پنجم اثیر یا آسمان یا کیهان است.

ح) نسبت زرین

نسبت زرین- تناسب زرین، نسبت الهی، تناسب الهی، برش مقدس- که با نماد Φ نشادن داده می‌شود در شکل‌های برخی گیاهان، گل‌ها، ویروس‌ها، مولکول دی‌اِن‌اِی[1]، صدف‌ها، سیارات و کهکشان‌ها دیده می‌شود. گویا چون فیدیاس[2] (حدود ۴۹۰-۴۳۰ ق.م)، مجسمه ساز آتنی، از نسبت زرین در کارش استفاده کرده است، آن را با حرف یونانی Φ نشان می‌دهند. نسبت زرین برابر با کسر مقدار $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ و تقریباً مساوی ۱/۶۱۸ است. نسبت زرین نسبت یکتای دو قسمت است، وقتی که نسبت قسمت بزرگ‌تر به قسمت کوچک‌تر مساوی با نسبت مجموع دو قسمت به قسمت بزرگ‌تر است. این نسبت نماد تولد دوباره و تصاعد و بسط از واحد است زیرا هر تولد مرتبط با وجود قبل از خود است. نسبت زرین تجلی تقسیم کامل واحد است.



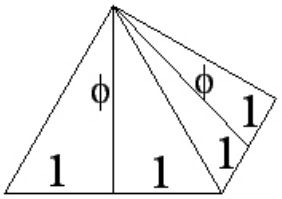
شکل ۲

نسبت زرین دارای ویژگی‌های منحصر به فردی است از جمله این که نسبت پاره‌خط‌ها در پنج ضلعی و پنج رأسی (ستارهٔ پنج پر) برابر با نسبت زرین است. پس این نسبت در وجه‌های دوازده وجهی منتظم، که به شکل پنج ضلعی هستند، برقرار است. همچنین بسیاری از نسبت‌های طولی در بدن انسان نسبت زرین است.

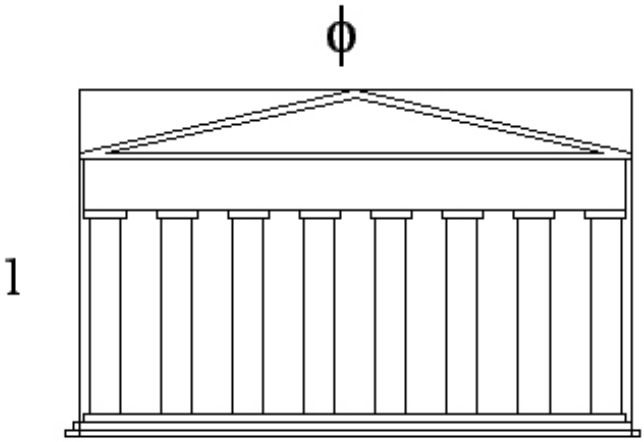
نسبت زرین خوشایندترین تناسب زیبایی‌شناسی است. در طول تاریخ هنر و معماری هنرمندان سنتی نسبت الهی را به عنوان اندازهٔ مقدس و تناسب زیبایی‌شناسی اختیار کردند تا روح را در ماده مجسم کنند. این نسبت در هرم بزرگ مصر رعایت شده است. طرح پارتنون در آکروپولیس توسط

1. D.N.A.
2. Phidias.

مستطیل زرین احاطه می‌شود و شامل تعداد زیادی مستطیل زرین (مستطیل‌هایی به اضلاع با طول نسبی ۱ و Φ) است که این نسبت در آنها برقرار است.



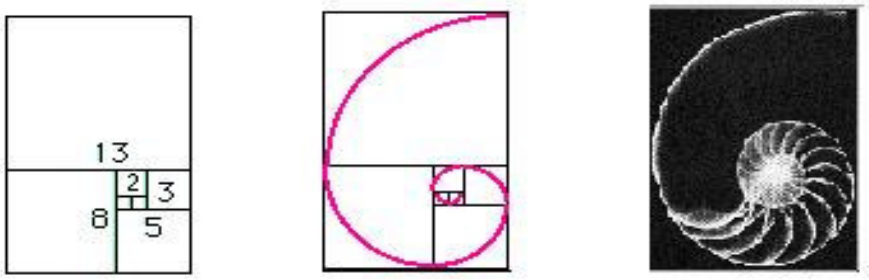
شکل ۳- نسبت زرین در هرم بزرگ مصر



شکل ۴- نسبت زرین در بنای معبد پارتنون

خ) مارپیچ‌ها

مقطع تمام شکل‌هایی که به گونهٔ فراگستر رشد می‌کنند، به صورت مارپیچ ایجاد شده توسط یک شبکهٔ تکرار شونده از مستطیل‌های زرین است. نمونهٔ این شکل‌ها را می‌توان به فراوانی در طبیعت یافت؛ در یک مار حلقه شده، در تن فیل، در پیچ و خم لایهٔ داخلی گوش و در شکل صدف نوتیلوس پومپیلیوس (شکل ۵).



شکل ۵

شکل ۶- اسلیمی به عنوان مارپیچ کیهانی، سیر از کثرت به وحدت ، مدرسهٔ چهار باغ اصفهان

برای فیثاغورسیان این شکل نماد پویایی تولد موزون کیهان است و عشق جهانی را نشان می‌دهد. در معماری ایرانی، الگوهای اسلیمی بر اساس مارپیچ‌های بالا رونده با توالی اجزاء شکل با اشاره بر

مفهوم لایتناهی و کثرت، به عنوان آفرینش جهان، قرار دارند. حرکات هماهنگ و موزون الگوهای تکرار شوندهٔ اسلیمی بازگشت به وحدت را بیان می‌کنند.

هندسهٔ مقدس در معماری ایرانی

معماری سنتی کیهان را در ابعاد زمینی آن نمایش می‌دهد. در یک بنای معماری، همهٔ ابعاد، هم در تمامیت آن (ارتفاع، طول و عرض) و هم در اجزاء آن (شامل الگوهای سطحی هندسی)، به هم پیوسته‌اند و هرگز جدای از هندسه نیستند. از آنجا که انسان تناسب‌های مشترکی با طبیعت دارد، معمار سنتی از هندسه برای کاوش بیشتر در پدیده‌های طبیعت استفاده می‌کند تا ذهن مکاشفه‌گر را از جهان محسوس به جهان معقول هدایت کند.

هندسه نقشی اساسی در طراحی بناهای معماری ایرانی ایفا می‌کند. از دیدگاه عملکرد خارجی، استفاده از هندسه به عنوان هنر برای خلق شکل‌ها، الگوها و تناسب‌ها، معمار بزرگ جهان را به یاد می‌آورد و صور نوعی را فرا می‌خواند. بنا بر این هنر هندسه یک عنصر کلیدی برای ایجاد ارتباط بین ساختمان و ایده‌هایی است که سازنده در ذهن داشته است. از دیدگاه عملکرد داخلی، هندسه به عنوان علم برای انتخاب ابعاد سازه‌ای مانند ارتفاع، طول و عرض ساختمان و اجزاء سازه‌ای آن بر رفتار سازه‌ای ساختمان حاکم است، رفتاری که از هندسه تبعیت می‌کند و هندسهٔ درست باعث می‌شود که ساختمان دارای کارکرد درستی باشد.

افراد زیادی نظیر اردلان، بختیار، بورکهارت[1] و نصر تحقیقات جامعی در بارهٔ جنبه‌های ماورای طبیعی معماری ایرانی انجام داده‌اند و دیگرانی چون بابین[2]، پوپ وآکرمَن[3]، کرسول[4] و کریچلو[5] به جنبهٔ ریاضی آن پرداخته‌اند که به کمک آنها می‌توان قسمتی از دانش ژرف به کار رفته در معماری سنتی ایران را آشکار نمود.

1. Burkhardt
2. Babin
3. Pope and Ackerman
4. Creswell
5. Kritchlow

هندسهٔ مقدس در الگوها

برای معمار سنتی الگوهای هندسی مانند صورت‌های کثرت در وحدت هستند. الگوهای تکرار شونده نماد ایدهٔ لایتناهی و بی‌زمانی هستند. زیبایی و هماهنگی‌ای که در الگوهای هندسی مشاهده می‌شود یک نظم هندسی بالاتر و عمیق‌تر، یعنی قوانین کیهانی را منعکس می‌کند. انسان روحانی در صدد کشف الگوهای هندسی به عنوان وسیلهٔ درک و رسیدن به خدا است.

ایده‌های افلاطونی در الگوهای معماری ایرانی

شکل ۷ یک ترکیب از الگوهای هندسی و خطاطی را با استفاده از کاشی در دیواری در مسجد جامع یزد نشان می‌دهد. چنان که کریچلو (ص۸۷) در بارهٔ الگوی هندسی مشابهی در مسجد جامع اصفهان بیان می‌کند، این شکل ده عدد پنج ضلعی محیط بر پنج رأسی (ستارهٔ پنج پر) را نشان می‌دهد که به صورت متقارن دور یک ستارهٔ ده پر قرار گرفته‌اند، و پرهای این ستاره بر اساس تناسب زرین با ضلع پنج ضلعی مرتبط شده‌اند. نام مقدس محمد، انسان کیهانی یا الهی، حول یک ستارهٔ پنج پر چرخیده است.

به عبارات کریچلو می‌توان این را اضافه نمود که عدد پنج، که با ستارهٔ پنج پر، که بر روی دو پا ایستاده نشان داده شده است، نماد انسان کامل است. نام محمد از پنج رأسی (انسان) دعوت می‌کند که به عنوان یک انسان کامل تجدید حیات نماید. عدد ده، که با ده ضلعی خارج و ده رأسی داخل نشان داده شده است، نماد بازگشت به وحدت است. تمام الگو اشاره به این دارد که آفرینش یک دگرگونی متقابل پیوسته بین انسان الهی ازلی و نوع بشر است. انسان الهی پیوسته مجسم می‌شود، و الوهیت خود را در ماده به گونه‌ای منعکس می‌کند تا قابل ادراک شود. انسان فقط یک جزء تشکیل دهندهٔ جهان نیست، بلکه هدف اولیه و مرحلهٔ غایی آفرینش است.

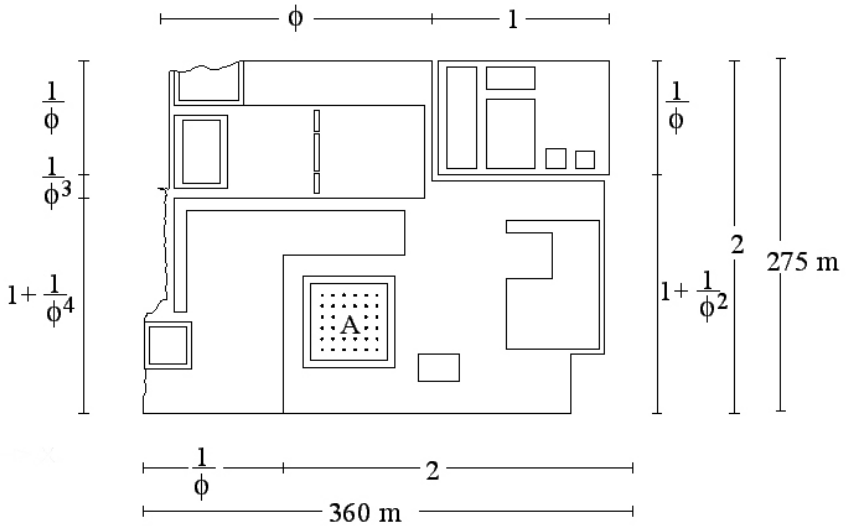
شکل ۷- ترکیب الگوهای هندسی و خطاطی، مسجد جامع، یزد، سدهٔ ۸ق

تحلیل هندسی بناهای تاریخی

تحلیل هندسی بسیاری از بناهای تاریخی ایران ثابت کرده است که در معماری ایرانی از دانش کاملی از تناسب‌ها، به ویژه نسبت زرین، به طور وسیعی استفاده شده است و این اساس زیبایی شناسی ایرانی بوده است.

در بسیاری از بناهای ایرانی پلان و مقطع قائم در چهارچوبی از مربع‌ها و مثلث‌های متساوی‌الاضلاع طراحی می‌شد که برخوردگاه‌های آنها همهٔ نقاط ثابت مهم، نظیر عرض و ارتفاع درها، عرض، طول و ارتفاع سالن‌ها، موقعیت کتیبه‌ها و غیره را مشخص می‌کرد. بنا بر این، اندازهٔ هر قسمت به وسیلهٔ تناسب معینی به هر قسمت دیگر مرتبط بود. در نتیجه یک ساختمان مجموعه‌ای از اجزای غیر متجانس نبود، بلکه ترکیبی هماهنگ از اجزای با ارتباط‌های متناسب بود که به فضا حرکت و به چشم آرامش می‌داد.

برای مثال تحلیل هندسی نشان می‌دهد که نسبت زرین در پلان تخت جمشید به کار رفته است.



شکل ۸- استفاده از نسبت زرین در تخت‌جمشید (۵۱۸-۳۳۰ ق.م)، برگرفته از حجازی (ص۲۰)

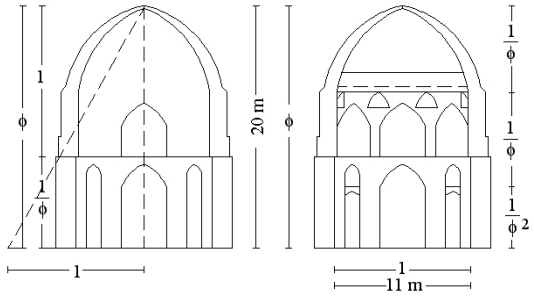
نسبت زرین در طراحی هندسی گنبد تاج‌الملک مسجد جامع اصفهان (۴۸۱ق) به گونه‌ای شگفت آور به کار رفته است. قطر خارجی گنبد ۱۱/۷ متر و ارتفاع آن از تراز زمین ۲۰ متر است و ضخامت پوستهٔ گنبد از پایه به سمت رأس کاهش می‌یابد. شرودر توصیفی عالی از بنا آورده است:

> «[این] زیباترین سازه در ایران است.... در هر یک از این جنبه‌ها [زیبایی شناسی، هندسه و مکانیک] بنا جالب توجه است» (پوپ و اکرمن، ص۲۰۱).

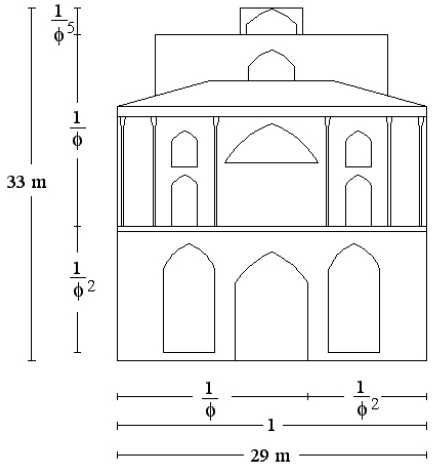
او ویژگی‌های زیبایی‌شناختی و هندسی این بنای تاریخی را به طور کامل تشریح می‌کند و کاربرد استادانهٔ نسبت زرین را (به طوری که قسمت کوچک‌تر در پایین است) در ابعاد گنبد و گنبدخانه نشان می‌دهد. تحلیل هندسی او ثابت می‌کند که معمارِ بنا یک پنج ضلعی رسم شده درون اضلاع یک مثلث متساوی الاضلاع بزرگ منتهی به رأس نوک گنبد را به عنوان مبنایی برای نسبت اختیار کرده است. تناسب‌های مقطع زرین ابعاد هر جزء در سازه نظیر نوک گنبد، ارتفاع تمام ناحیهٔ انتقال از پایه به گنبد، نوک قوس هشت ضلعی، نوک قوس اصلی پایینی، ارتفاع قوس‌های کناری پایینی و ارتفاع پنجره را تعیین می‌کند. به طریق دیگری می‌توان نشان داد که قانون نسبت زرین، به گونه‌ای که قسمت کوچک‌تر در بالا باشد، در این سازه قابل تشخیص است.

به عنوان شق دیگر، اندازهٔ مستطیل زرین که مقطع قائم گنبد در آن قرار می‌گیرد می‌توانسته است به عنوان پیمون توسط معمار مورد استفاده قرار گیرد. این مستطیل زرین مشخص را می‌توان به صورت تکراری از گنبد به سوی پایه و سپس به سوی سایر قسمت های بنا ترسیم نمود (شکل ۹).

از بعد زیبایی‌شناسی، ساختمان عالیقاپو در اصفهان نیز کاربرد نسبت زرین در معماری را نشان می‌دهد. در صورتی که عرض ساختمان به عنوان واحد در نظر گرفته شود، نقاط مهم نظیر گوشه‌های ورودی اصلی به ساختمان و ارتفاع‌های طبقات مختلف نمونه‌هایی از نسبت زرین را به دست می‌دهند (شکل ۱۰).



شکل ۹- پلان گنبد تاج‌الملک



شکل ۱۰- پلان عالیقاپو

رابطهٔ بین هندسه و ویژگی‌های سازه‌ای

در قلمرو بناهای تاریخی ایران کیفیات سازه‌ای نظیر مقاومت، سختی و پایداری را نباید به عنوان معیارهای اصلی و تعیین کنندهٔ طراحی در نظر گرفت. اگر چه معمار سنتی از نیروها، تنش‌های ایجاد شده و خرابی‌های سازه‌ای کاملاً آگاه است اما برای او محاسبهٔ تنش در درجهٔ دوم اهمیت قرار دارد. این عملکرد عناصر سازه‌ای است که از شکل کلی بنا پیروی می‌کند، چنان که خود شکل هم بدون عملکرد درست هیچ مفهومی ندارد. هر تحلیل سازه‌ای و بررسی و تأیید ساختمان‌های تاریخی هنگامی موجه است که آن تحلیل شامل ویژگی‌های هندسی، طبیعی و معنوی آنها باشد. بعید است که یک ساختمان تاریخی یافت شود که قوانین ساختمانی و طراحی سازه‌ای آن بر اساس آیین‌نامه‌های نوین مهندسی سازه نادرست باشد. اگر قسمتی از یک ساختمان معیوب به نظر رسد، این باید به بدفهمی از عملکرد سازه‌ای ساختمان یا عدم کفایت قوانین مدرن برای ارزیابی رفتار ساختمان نسبت داده شود. تحلیل نوین سازه‌ای بناهای تاریخی ابزار دیگری برای کشف دانش ژرف سازندگان ماهر سنتی در کارهایشان و بهبود بخشیدن به نظریه‌های نوین سازه‌ها و بنا نهادن معیارهای طراحی نو می‌باشد.

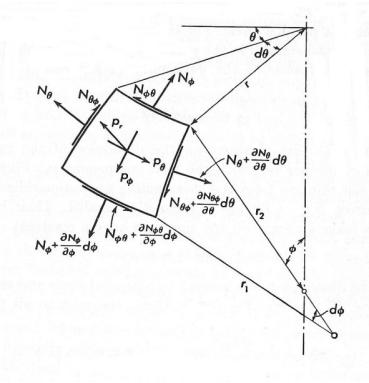
یک هندسهٔ کامل، پایداری را تضمین می‌کند؛ این یک اصل اساسی در هنر ساختمان‌سازی سنتی است.

شکل گنبدهای با مصالح بنایی بدون کشش و خمش

گنبد تاج‌الملک با هندسهٔ شگفت‌آورش، شامل نسبت زرین و مارپیچ میانگین زرین، اهمیت ویژه‌ای دارد. محققان رفتار سازه‌ای این بنا را با پیش‌بینی ویژگی‌های سازه‌ای استثنایی آن بررسی کرده‌اند. فرشاد (ص۸۴) نشان می‌دهد که بارگذاری وزن ابعاد گنبد تاج‌الملک دقیقاً در فرمول‌های شکل منحنی نصف‌النهاری و تغییر ضخامت گنبدهای با مصالح بنایی بدون تنش‌های کششی و نیروهای خمشی صدق می‌کند. معادلات تعادل برای پوسته‌های دورانی با بار متقارن عبارتند از:

$$\frac{d}{d\varphi}\left(rN_{\varphi}\right) - rN_{\theta} = -p_{\varphi} r r_{۱}$$

$$\frac{N_{\varphi}}{r_{۱}} + \frac{N_{\theta}}{r_{۲}} = p_{r}$$



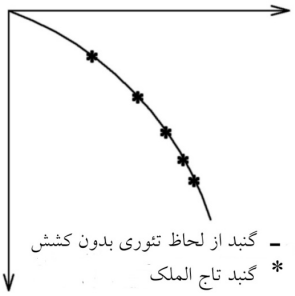
شکل ۱۱

که در آن φ و θ به ترتیب زاویه‌های نصف‌النهاری و مداری، N_φ و N_θ نیروهای نصف‌النهاری و مداری، r شعاع دایرهٔ عمود بر محور دوران، $r_۱$ و $r_۲$ شعاع‌های نصف‌النهاری و محیطی و p_φ و p_r مؤلفه‌های بار خارجی بر واحد سطح در جهت‌های φ و r هستند (شکل ۱۱). برای بار وزن، یعنی p (بر واحد سطح)، N_φ همواره فشاری است، بنا بر این با حذف N_θ در نواحی‌ای که ممکن است این نیرو کششی شود، روابط مربوط به تغییرات ضخامت نصف‌النهاری h و شعاع r پوسته به صورت زیر خواهند بود:

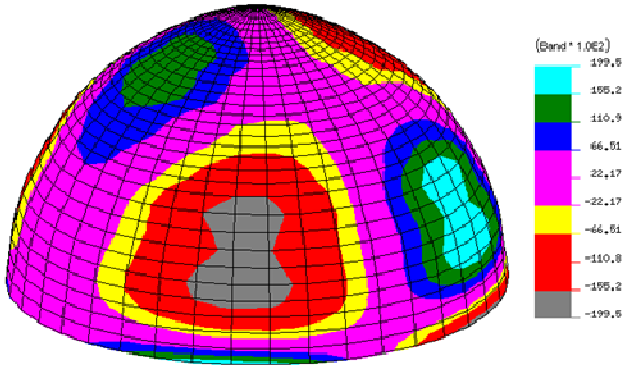
$$h = h_0 r^{\frac{۱}{\nu}}$$

$$r^۲ = -\frac{۲A}{ph}\ln\frac{۱+\sin\varphi}{\cos\varphi} + B$$

که در آنها h_0 و ν ضخامت مرجع و ضریب پواسون و A و B مقادیر ثابت هستند که می‌توانند بر اساس شرایط مرزی به دست آیند. شکل منحنی نصف النهاری گنبد کامل از لحاظ نظری و شکل گنبد تاج‌الملک در شکل ۱۲ نشان داده شده‌اند. نزدیکی میان این دو شکل شگفت آور است.



شکل ۱۲- مقایسهٔ شکل منحنی نصف‌النهاری گنبد کامل از لحاظ نظری و شکل گنبد تاج‌الملک (برگرفته از حجازی، ص۶۵)



شکل ۱۳- گنبد تاج‌الملک: تنش مداری σ_θ ناشی از بار زلزله خیلی کمتر از تنش های مجاز است.

روش المان‌های محدود وسیله‌ای برای تأیید مطالب فوق است. تحلیل سازه‌ای گنبد به روش المان‌های محدود، نشان می‌دهد که تنش‌های ناشی از سیستم نیروهای خمشی در مقایسه با سیستم نیروهای غشایی نه تنها برای بار وزن، بلکه برای باد و دما و از آن مهم‌تر برای اثرات دینامیکی زلزله ناچیز و قابل اغماض‌اند.

تحلیل المان‌های محدود گنبد تاج‌الملک ثابت می‌کند اگر شکل‌های مقطع دیگر یا تغییرات ضخامت نصف‌النهاری دیگری برای پوستهٔ گنبد به کار می‌رفت اندازهٔ تنش‌ها و نیروهای ایجاد شده در گنبد افزایش می‌یافتند و طراحی دیگر کامل نبود (شکل ۱۳).

گنبد تاج‌الملک از لحاظ زیبایی‌شناختی، هندسی، معماری و سازه‌ای گنبد ایده‌آل است. در این بنا تمایزی میان هندسه (شکل یا هنر) و ریاضیات (کارکرد سازه‌ای یا علم) وجود ندارد. این بنا اتحاد کامل هندسه و پایداری است.

رابطهٔ بین نسبت زرین و الگوهای ترک در شکل‌های دایره‌ای

معماران ایرانی همواره نسبت به استفاده از شکل‌های دایره‌ای در ساختن قوس‌ها، طاق‌ها و گنبدهای باربر بی‌علاقه بوده‌اند زیرا در این شکل‌ها در یک زاویهٔ نصف‌النهاری مشخص ترک‌های لولایی ایجاد می‌شود که منجر به تشکیل ساز و کار شکست و فرو ریختن سازه می‌گردد. در مواردی که آنان از این شکل استفاده می‌کردند، شعاع شکل را در فاصله‌ای کافی قبل از زاویهٔ نصف‌النهاری $51^{o}50'$ تغییر می‌دادند تا از نیروهای کششی پرهیز نمایند. حل معادلهٔ تعادل برای گنبد کروی تحت بار وزن نشان می‌دهد که این زاویه‌ای است که در آنجا علامت نیروی مداری N_θ از منفی (فشاری) به مثبت (کششی) تغییر می‌کند، یعنی $N_\theta = 0$. مصالح بنایی مقاومت کششی ندارند و بنا بر این ترک در این زاویه اتفاق می‌افتد. برای یک گنبد نیمه کروی با شعاع r تحت وزن p (بر واحد سطح)، می‌توان نشان داد که

$$N_\theta = pr\frac{1 - \cos\varphi - \cos^2\varphi}{1 + \cos\varphi}$$

نیروی مداری در اندازه‌ای از φ که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید تغییر علامت می‌دهد

$$1 - \cos\varphi - \cos^2\varphi = 0$$

که نتیجه می‌دهد

$$\cos\varphi = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{1}{\phi}$$

یا

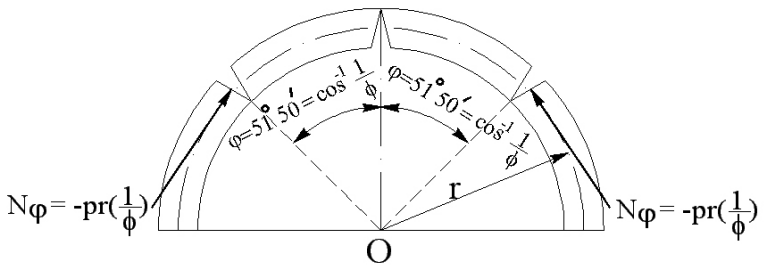
$$\varphi = ۵۱^{o}۵۰'$$

جالب است اگر نیروی نصف‌النهاری N_φ در این زاویه محاسبه گردد، خواهیم دید با نسبت زرین نسبت عکس دارد:

$$N_\varphi = -pr\frac{۱}{۱+\cos\varphi} = -pr\left(\frac{۱}{\phi}\right)$$

این زاویه و نیروی نصف‌النهاری را می‌توان به ترتیب زاویهٔ زرین و نیروی زرین نامید. بنا بر این، زاویهٔ نصف‌النهاری که بر اساس نسبت زرین تعیین می‌شود محل بحرانی برای پایداری یک گنبد کروی، یا قوس یا طاق دایره‌ای است (شکل ۱۴).

مشابه موارد مربوط به بنای عالی‌قاپو و گنبد تاج‌الملک، می‌توان نتیجه گرفت که پایداری رابطهٔ مستقیمی با خصوصیات هندسی یک ساختمان دارد. در اینجا هم نسبت زرین (هندسی) بر پایداری (مکانیکی) تفوق دارد.



شکل ۱۴- الگوی ترک ایجاد شده بر اساس نسبت زرین در یک قوس دایره‌ای تحت بار وزن

نتیجه

برتری معماری ایرانی در ادراک کامل آن از اهمیت اساسی استفاده از علم و هنر نهفته است. تمرین هندسهٔ مقدس، در هر دو بعد علمی و هنری، یک ویژگی ذاتی معماری ایرانی است که بر آن اساس این شیوهٔ معماری سنتی توسعه یافته است. معماری ایرانی آینه‌ای است که زیبایی الهی را منعکس می‌کند، آن زیبایی که خود مقدس است، و به عنوان یک به هم پیوستگی هماهنگ از

تناسبات عقلی تنها می‌تواند از طریق الگوهایی منعکس گردد که دقیقاً بر اساس تناسب‌های درست ساخته شده باشند. هندسهٔ مقدس ابزار قدرتمندی برای خلق تناسب‌های درست در معماری جهت ایجاد مطابقت میان آسمان و زمین است. هندسهٔ مقدس و تناسب‌هایی که در بسیاری از اشکال حیات در طبیعت یافت می‌شوند به طرز استادانه‌ای توسط معمار سنتی ایرانی به کار گرفته شده‌اند تا یک شیوهٔ معماری سنتی ساخته شود که حاکی از روش‌های طراحی درست و مهندسی صحیح باشد. در بسیاری از سازه‌های سنتی، هندسه پایداری را تعیین می‌کند. معماری ایرانی هندسی کردنِ مقدسِ زیباییِ الهی است.

منابع

افلاطون، *جمهوری* (دورهٔ آثار افلاطون، ج۲)، ترجمهٔ محمد حسن لطفی، چاپ دوم، گلشن، تهران، ۱۳۶۷ش.

ـــــ ، *تیمائوس* (دورهٔ آثار افلاطون، ج۳)، ترجمهٔ محمد حسن لطفی، چاپ دوم، گلشن، تهران، ۱۳۶۷ش.

حاجی‌قاسمی، کاظم، «هندسهٔ پنهان در نمای مسجد شیخ لطف‌اللّه»، *صفه*، شماره‌های ۲۱ و ۲۲، تهران، ۱۳۷۵ش، ص۲۹-۳۳.

فارابی، محمد بن محمد، *احصاء العلوم*، ترجمهٔ حسین خدیوجم، بنیاد فرهنگ ایران، تهران، ۱۳۴۸ش.

کاشانی، غیاث‌الدین جمشید، *رسالهٔ طاق و ازج*، ترجمهٔ علیرضا جذبی، سروش، تهران، ۱۳۶۶ش.

لولر، رابرت، *هندسهٔ مقدس: فلسفه و تمرین*، ترجمهٔ هایده معیری، بنیاد فرهنگ ایران، تهران، ۱۳۶۸ش.

نصر، حسین، *علم در اسلام*، ترجمهٔ احمد آرام، سروش، تهران، ۱۳۶۶ش.

ـــــ ، *علم و تمدن در اسلام*، ترجمهٔ احمد آرام، چاپ دوم، خوارزمی، تهران، ۱۳۵۹ش.

ـــــ ، *نظر متفکران اسلامی در بارهٔ طبیعت*، چاپ سوم، خوارزمی، تهران، ۱۳۵۹ش.

ـــــ ، *نیاز به علم مقدس*، ترجمهٔ حسن میانداری، مؤسسهٔ فرهنگی طه، تهران، ۱۳۷۹ش.

Alberti, B. L., *The Ten Books of Architecture*, Dover, New York, 1987.

Ardalan, N., and Bakhtiar, L., *The Sense of Unity: the Sufi Tradition in Persian Architecture*, The University of Chicago Press, Chicago, 1973.

Babin, C., "Note sur la Metrologie et les Proportions dans les Monuments Achemenides de la Perse", *Revue Archeologique*, 3(27), 1905, pp. 347-379.

Bakhtiar, L., Sufi, *Expressions of the Mystic Quest*, Thames and Hudson, London, 1976.

Burckhardt, T., *Art of Islam: Language and Meaning*, English tr. by J. P. Hobson, World of Islam Festival, London, 1976.

Creswell, K. A., "Persian Domes before 1400 A.D.", *The Burlington Magazine*, 26, 1914, pp. 146-155 and 208-213.

Dieulafoy, C., *Revue d'Architecture et des Travaux Publiques*, Paris, 1883.

Eves, H., *An Introduction to the History of Mathematics*, 6th edition, Brooks Cole, London, 1990.

Farshad, M., "On the Shape of Momentless Tensionless Masonry Domes", *Building and Environment*, 12, 1977, pp. 81-85.

Hejazi, M., *Historical Buildings of Iran: their Architecture and Structure*, Computational Mechanics Publications (WIT Press), Southampton, 1997.

Kepler, J., *Epitome of Copernican Astronomy and Harmonies of the World*, English tr, by C. G. Wallis, Prometheus Books, New York, 1995.

Kritchlow, K., *Islamic Patterns*, Thames and Hudson, London, 1976.

Idem, *Order in Space*, Thames and Hudson, London, 1969.

Pope, A. U., and P. Ackerman (ed.), *A Survey of Persian Art: from Prehistoric Times to the Present*, Oxford University Press, London and New York, 1938.

Vitruvius, *Ten Books on Architecture* English tr. by M.H. Morgan, Dover, New York, 1960.